

Scheve asymptoot

15 maximumscore 8

- (Als x onbegrensd toeneemt, gaat $\frac{2}{x}$ naar de limietwaarde 0, dus) een vergelijking van de scheve asymptoot is $y = x$ 1
- $f'(x) = 1 - \frac{2}{x^2}$ 1
- Een vergelijking van de raaklijn in P is $y = (1 - \frac{2}{p^2})x + b$ 1
- Dan geldt (omdat $P(p, p + \frac{2}{p})$) $p + \frac{2}{p} = (1 - \frac{2}{p^2})p + b$ 1
- Dan volgt $b = \frac{4}{p}$ (dus $Q(0, \frac{4}{p})$) 1
- Voor het snijpunt R geldt $x_R = (1 - \frac{2}{p^2})x_R + \frac{4}{p}$ 1
- Hieruit volgt $x_R = 2p$ (dus $R(2p, 2p)$) 1
- $\frac{x_Q + x_R}{2} = \frac{0 + 2p}{2} = p = x_P$ (of $\frac{y_Q + y_R}{2} = \frac{\frac{4}{p} + 2p}{2} = \frac{2}{p} + p = y_P$), dus punt P is het midden van lijnstuk QR 1

of

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

- (Als x onbegrensd toeneemt, gaat $\frac{2}{x}$ naar de limietwaarde 0, dus) een vergelijking van de scheve asymptoot is $y = x$ 1
- $f'(x) = 1 - \frac{2}{x^2}$ 1
- Een vergelijking van de raaklijn in P is $y - p - \frac{2}{p} = (1 - \frac{2}{p^2})(x - p)$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) (dus $Q(0, \frac{4}{p})$) 2
- Voor het snijpunt met de scheve asymptoot geldt $x = (1 - \frac{2}{p^2})(x - p) + p + \frac{2}{p}$ 1
- Dan volgt $x = x - p - \frac{2}{p^2}x + \frac{2}{p} + p + \frac{2}{p} = x - \frac{2}{p^2}x + \frac{4}{p}$ 1
- Hieruit volgt $x_R = 2p$ (dus $R(2p, 2p)$) 1
- $\frac{x_Q + x_R}{2} = \frac{0 + 2p}{2} = p = x_P$ (of $\frac{y_Q + y_R}{2} = \frac{\frac{4}{p} + 2p}{2} = \frac{2}{p} + p = y_P$), dus punt P is het midden van lijnstuk QR 1

of

- (Als x onbegrensd toeneemt, gaat $\frac{2}{x}$ naar de limietwaarde 0, dus) een vergelijking van de scheve asymptoot is $y = x$ 1
- $f'(x) = 1 - \frac{2}{x^2}$ 1
- Een vergelijking van de raaklijn in P is $y - p - \frac{2}{p} = (1 - \frac{2}{p^2})(x - p)$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 2
- Uit $x_Q = 0$ en $x_P = p$ volgt dat moet gelden dat $x_R = 2p$ 1
- $x_Q = 0$ geeft $y_Q - p - \frac{2}{p} = -p + \frac{2}{p}$ ofwel $y_Q = \frac{4}{p}$ 1
- Uit $y_Q = \frac{4}{p}$ en $y_P = p + \frac{2}{p}$ volgt dat moet gelden dat $y_R = 2p$ 1
- $x_R = y_R$, dus punt R ligt op de scheve asymptoot (en daarmee is P het midden van QR) 1

Opmerking

Voor het derde antwoordelement van het tweede en derde antwoordalternatief mogen uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.